І-й етап Всеукраїнської олімпіади з фізики у Дніпропетровській області, 10 клас, 04.10.2026 р.

Задача 1 (10 балів). Міні-задачі.

1.1. Скільки кутових секунд проходить секундна стрілка за проміжок часу в одну секунду? Одна кутова хвилина (1′) становить 1/60 градуса. А 1 кутова секунда (1″) становить 1/60 від 1′.

Для секундної стрілки $\alpha = \omega t = \frac{360^\circ}{60c} t \to \alpha = \frac{360^\circ}{60c} \cdot 1c = 6^\circ = 6 \cdot 60' = 6 \cdot 60 \cdot 60'' = 21600''$

1.2. Мураха вирішив покататися на секундній стрілці годинника. Він застрибнув на кінець стрілки о 18:45:45, а зістрибнув назад о 18:50:10. Яку роботу виконає сила тяжіння за цей час. Довжина стрілки 5 см, маса мурахи 2 мг. Знайдіть шлях мурахи за цей час.

Помітимо, що за повний оберт мураха повертається у початкову точку, тому за повний оберт робота сили тяжіння становить рівно 0 Дж. Отже важлива зміна висоти між положенням 45 с та 10 с. Кут повороту буде дорівнювати $\alpha = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$. *Робота сили тяжіння буде від'ємною та складає*

$$A = -mg\Delta h = -mgR\sin\alpha = -2 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{1}{2} = -0.5 \text{ мкДж}$$

Було зроблено 4 повні оберти та ще 150°. *Тому шлях* $s = 4 \cdot 2\pi R + \frac{5}{6}\pi R = 8\frac{5}{6}\pi R = 138{,}68$ см

1.3. В калориметр з водою температурою 20 °С переносять нагріті в окропі однакові металеві кульки. Після перенесення першої температура в калориметрі підвищилась до 40 °С. Якою стане температура воді після перенесення другої кульки? Теплоємністю калориметра знехтувати.

Напишемо рівняння теплового балансу для першого та другого випадків:

$$cM_{\text{в}}(40°\text{C} - 20°\text{C}) = c_c m_{\text{к}}(100°\text{C} - 40°\text{C})$$

$$(cM_{\text{в}} + c_c m_{\text{к}})(T - 40°\text{C}) = c_c m_{\text{к}}(100°\text{C} - T) \to cM_{\text{в}}(T - 40°\text{C}) = c_c m_{\text{к}}((100°\text{C} - T) - (T - 40°\text{C}))$$

Поділивши друге рівняння на перше

$$\frac{T - 40°\text{C}}{40°\text{C} - 20°\text{C}} = \frac{(100°\text{C} - T) - (T - 40°\text{C})}{100°\text{C} - 40°\text{C}}$$

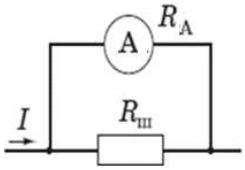
Звідки

$$\frac{T - 40}{20} = \frac{140 - 2T}{60} \to T = 52°\text{C}$$

1.4. М'яч і вертикальна важка стінка рухаються горизонтальною підлогою назустріч один одній. З якою швидкістю скорочується відстань між м'ячем і стінкою? Якою відносно підлоги стане швидкість м'яча після абсолютно пружного удару об стінку? (2 м/с – початкова швидкість стінки, 3 м/с – початкова швидкість м'яча до удару).

Перейдемо в системи відліку «Стінка». М'яч наближається до стіни зі швидкістю 5 м/с. Після абсолютно пружного удару м'яч буде віддалятися від стінки зі швидкістю 5 м/с. Повернувшись у систему відліку «Земля», знаходимо, що швидкість м'яча становить 7 м/с.

1.5. Для розширення меж вимірювання паралельно амперметру з опором 0,18 Ом увімкнули шунт з опором 0,03 Ом (див. рис.). Якою є загальна сила струму в колі, якщо покази амперметра становлять 2 А?



Якщо через амперметр проходить струм I_A, то напруга на амперметрі становить
$U_A = I_A R_A$ *і через паралельність з'єднання співпадає із напругою на шунті тому* $I_Ш = \frac{U_Ш}{R_Ш} = \frac{U_A}{R_Ш} = \frac{I_A R_A}{R_Ш}$.
Отже сумарний струм буде $I = I_A + I_Ш = I_A\left(1 + \frac{R_A}{R_Ш}\right) = 2\left(1 + \frac{0{,}18}{0{,}03}\right) = 14A$

Рекомендовані критерії оцінювання: кожна міні-задача по 2 бали.

Задача 2 (10 балів).

Учень 10 класу вирішив зварити вареники. Для цього він поставив на плиту каструлю із 2 л води за кімнатної температури $T_к = 20°C$, щоб закип'ятити. Але його відволікли телефонним дзвінком і коли через 15 хв учень повернувся, то в каструлі залишилось рівно 1л киплячої води.

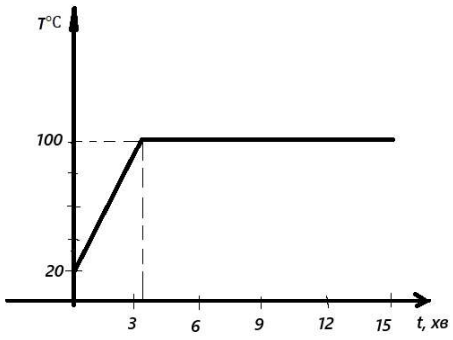
2.1. Скільки теплоти було передано каструлі із водою за ці 15 хв?

$$Q = cm(100°C - 20°C) + L\frac{m}{2} = 4200 \cdot 2 \cdot 80 + 2.26 \cdot 10^6 \cdot 1 = 2.932МДж.$$

2.2. Намалюйте схематично залежність температури води від часу.

Отримавши значення теплоти із пункту 2.1. Можна порахувати потужність нагрівача $P = \frac{2.932МДж}{15хв} = 3{,}257{,}78Вт$. *А отже нагрів від 20 до 100 градусів зайняв* $t = \frac{4200 \cdot 2 \cdot 80}{3{,}257{,}78} = 206.27c \approx 3.44хв$.

Тому схематично графік виглядає так:



2.3. Скільки часу кипіла вода без нагляду?

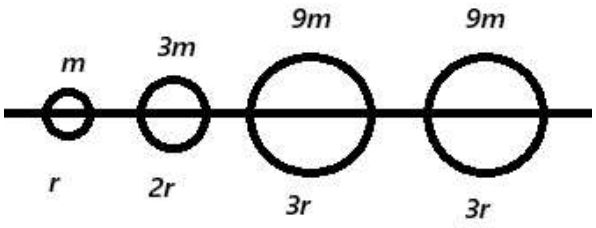
$$t_1 = 15 - 3.44 \approx 11.56 \text{ хв}$$

Тепловими втратами та теплоємністю каструлі знехтувати. Питома теплоємність води $c = 4200\frac{Дж}{кг \cdot К}$, питома теплота пароутворення води $2{,}26\frac{МДж}{кг}$.

Рекомендовані критерії оцінювання:
2.1 – 3 бали, 2.2 – 5 балів, 2.3 – 2 бали

Задача 3 (10 балів).

Чотири намистинки масами $m, 3m, 9m$ та $9m$ та радіусами $r, 2r, 3r$ та $3r$, відповідно, можуть без тертя ковзати по тонкому довгому гладенькому стержню та послідовно знаходяться так, що відстань між найближчими точками сусідніх кульок становить 32 см (див. рис.). Найлегша намистинка налітає на наступну із швидкістю $8\frac{\text{см}}{\text{с}}$ та абсолютно пружно ударяється.



3.1. Визначте як відносяться густини намистинок.

Скориставшись принципом подібності або формулою об'єму кулі можна знайти що об'єми куль будуть $V, 8V, 27V, 27V$

А тому густини будуть

$$\rho_1 = \frac{m}{V}, \rho_2 = \frac{3m}{8V} = \frac{3}{8}\rho_1, \qquad \rho_3 = \rho_4 = \frac{9}{27}\rho_1$$

А отже відноситись як $1 : \frac{3}{8} : \frac{1}{3} : \frac{1}{3}$

3.2. Яка швидкість буде у намистинки масою $3m$ після першого удару?

Отже на нерухому кульку масою $3m$ *налітає кулька масою* m *із швидкістю* v**.** *Напишемо закон збереження енергії та імпульсу:*

$$\begin{cases} mv = mv_1 + 3mu \\ \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{3mu^2}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v = v_1 + 3u \\ v^2 = v_1^2 + 3u^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_1 = v - 3u \\ v^2 = (v - 3u)^2 + 3u^2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} v_1 = v - 3u \\ v^2 = v^2 - 6uv + 9u^2 + 3u^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_1 = v - 3u \\ 12u^2 - 6uv = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_1 = -v/2 \\ u = v/2 \end{cases}$$

Отже кульки розлетяться із половиною початкової швидкості в різні боки. Отже $u = \frac{v}{2} = 4\frac{\text{см}}{\text{с}}$

3.3. Поясніть скільки ударів буде у даній системі і чому? Всі удари вважати абсолютно пружними.

Після першого удару кулька m *полетить вліво із швидкістю* $4\frac{\text{см}}{\text{с}}$*. Кулька* $3m$ *полетить вправо із швидкістю* $4\frac{\text{см}}{\text{с}}$*. Потім буде удар* $3m$ *об* $9m$*. В силу однаковості відношення мас кулька* $3m$ *полетить вліво із швидкістю* $2\frac{\text{см}}{\text{с}}$*, а* $9m$ *вправо із швидкістю* $2\frac{\text{см}}{\text{с}}$*. Останнім ударом* $9m$ *обміняється швидкостями з іншою* $9m$ *і зупиниться. Більше ударів не буде. Отже буде рівно 3 удари.*

3.4. Розрахуйте час між першим та останнім ударом.

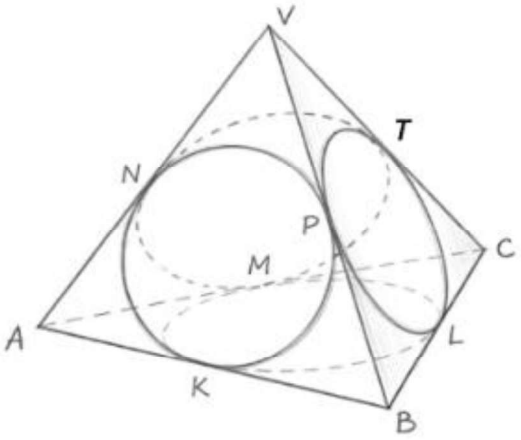
Перший удар буде через $t_1 = \frac{32}{8} = 4c$ *після початку руху.*

Другий через $t_2 = \frac{32}{4} = 8\text{c}$ *після першого. Третій удар буде через* $t_3 = \frac{32}{2} = 16\text{c}$ *після другого. Отже між першим та третім пройде 24с. Часом самих ударів нехтуємо*

Рекомендовані критерії оцінювання: 3.1. – 2 бали, 3.2. – 4 бали, 3.3. – 4 бали, 3.4. – 2 бали.

Задача 4 (10 балів).

На кожну грань непровідного правильного тетраедра зі стороною $a = 10\sqrt{3}$ см по черзі наносять мідне напилення у формі тонкого кільця шириною 1 мм, що співпадає із колом вписаним у кожну грань. Напилені кільця контактують одне з одним в точці посередині ребра тетраедра без додаткового контактного опору. Питомий опір міді 0,018 Ом · мм^2/ м. Спочатку нанесли нижнє кільце, що проходить через точки K, L та M, потім праве – через точки P, T та L, потім ліве – через точки N, P та K, а останнім те, що на задній грані схематичного малюнка – через точки N, T та M. Товщина напилення 0,36 мм.



Намалюйте еквівалентну схему і визначте опір між точками K та L:

4.1. Після нанесення першого кільця.

Радіус вписаного кола в правильний трикутник $r = \frac{a}{2\sqrt{3}} = 5\text{см}$. *Отже опір всього кільця, якщо його випрямити, становить*

$R_к = \rho\frac{l}{S} = \rho\frac{2\pi r}{bh} = 0{,}018\ \text{Ом}\cdot\frac{\text{мм}^2}{\text{м}}\cdot\frac{2\cdot\pi\cdot 5\cdot 10^{-2}\text{м}}{0.36\cdot 1\text{мм}^2} = 5\pi\ \text{мОм} \approx 15.7\ \text{мОм}$. *Кожна дуга між точками контакту становить третину кола, тому всі опори між точками будуть* $R = \frac{5}{3}\pi\text{мОм}$.

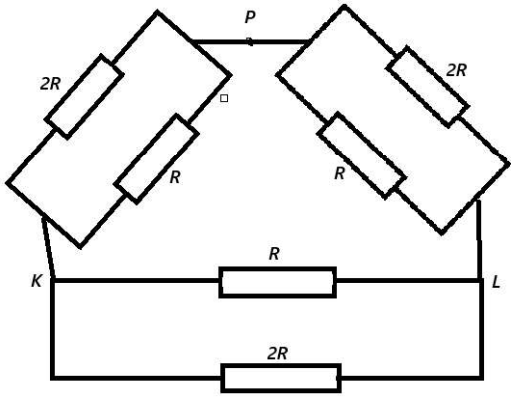
При підключенні нижнього кільця між точками K та L маємо паралельне з'єднання 2R та R. Отже ефективний опір буде $R_1 = \frac{2}{3}R = \frac{10}{9}\pi\text{мОм}$

4.2. Після нанесення другого кільця.

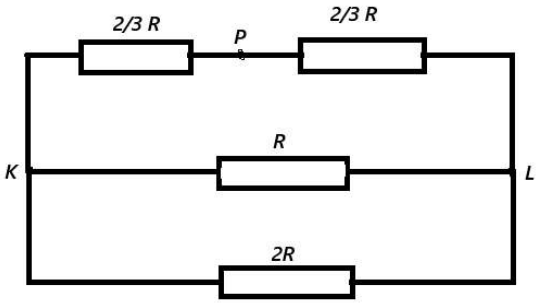
Друге кільце дотикається нижнього як раз в точці L, тому по ньому струм не тектиме, а отже $R_2 = R_1 = \frac{10}{9}\pi\text{мОм}$

4.3. Після нанесення третього кільця.

Намалюємо схему з'єднання



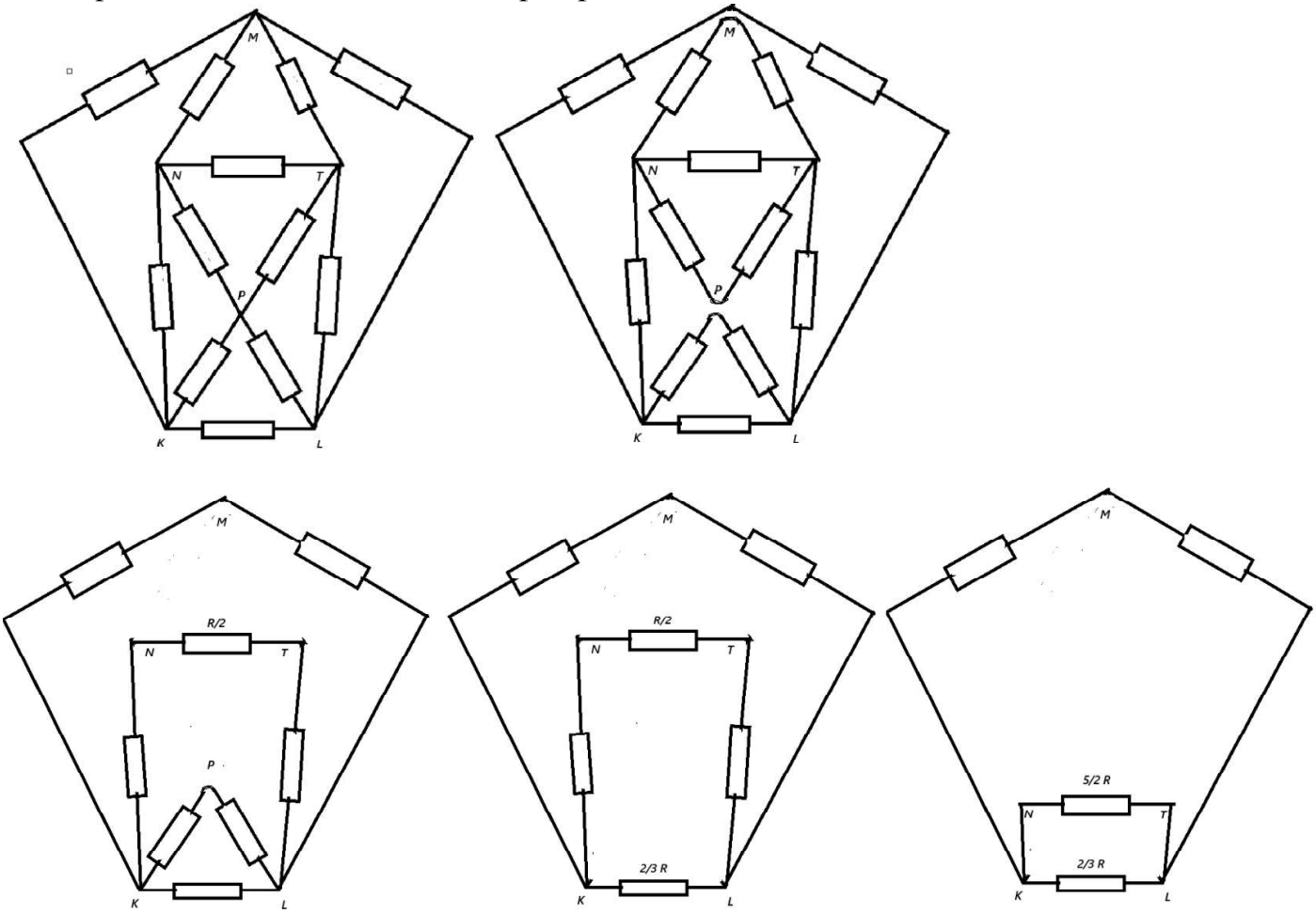
що еквівалентно



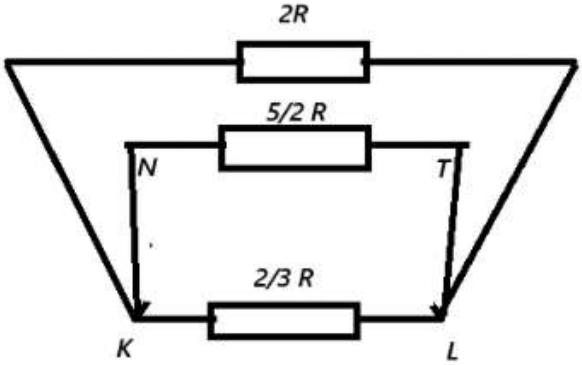
Отже $\frac{1}{R_3}=\frac{1}{R}+\frac{1}{2R}+\frac{3}{4R}=\frac{9}{4R}\rightarrow R_3=\frac{4}{9}R=\frac{20}{27}\pi$ мОм

4.4. Після нанесення останнього кільця.

Намалюємо еквівалентну схему, де всі опори однакові і рівні R. Помітимо, що в силу симетрії в точках P та M можна розірвати з'єднання.



Після спрощень:

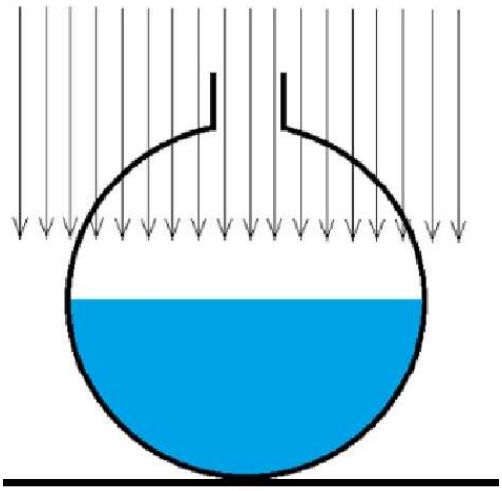


$$\frac{1}{R_4} = \frac{1}{2R} + \frac{2}{5R} + \frac{3}{2R} = \frac{24}{10R} \to R_4 = \frac{5}{12}R = \frac{25}{36}\pi \text{ мОм}$$

Рекомендовані критерії оцінювання:
4.1 – 3 бали, 4.2 – 1 бал, 4.3 – 3 бали, 4.4 – 3 бали.

Задача 5 (10 балів).

У тонкостінну скляну прозору колбу сферичної форми із радіусом $R = 5$ см рівно до половини налили воду та поставили на стіл. Колбу освітлюють вертикальним широким пучком світла (більшим за радіус колби). Вважати, що коефіцієнт заломлення води $n = \frac{4}{3}$.

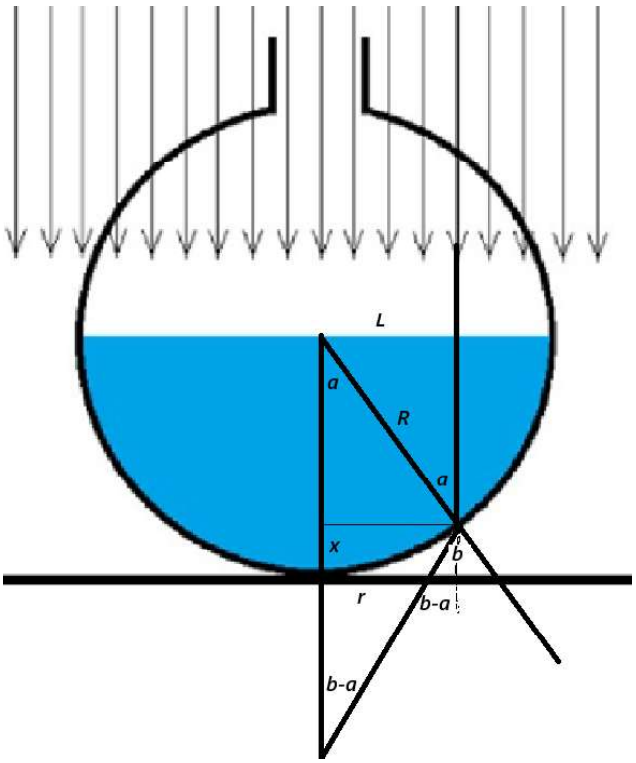


5.1. Чому дорівнює кут падіння променів на поверхню води?

Промені падають перпендикулярно поверхні тому кут падіння 0°.

5.2 та 5.3. Побудуйте хід променів у системі та опишіть, як буде освітлено стіл під колбою (якісно опишіть форму та освітленість). Хвильовими властивостями світла можна знехтувати.

Оскільки на поверхню води промені падають і не заломлюються, то на хід променів впливає поверхня сфери, де частина променів внутрішньо відбивається, а решта виходить заломлюючись. Отже буде освітлений круг під колбою, далі область куди промені не потрапляють через повне внутрішнє відбиття. Виходить темне кільце. А дале знову освітлена область де світло потрапляє без заломлень. Цікаво що освітлена область матиме неоднорідне освітлення, бо при заломленні частина променів накладається, через особливості геометрії.



Для повноцінного розгляду питання радіуса освітленої області треба знайти залежність точки у яку потрапить промінь, від того на якій відстані промінь зайшов у воду.

Точний розгляд потребує написати явно функцію r(L) де L – прицільний параметр променя (відстань від променя до центра колби).

$$sin\alpha = \frac{L}{R}$$

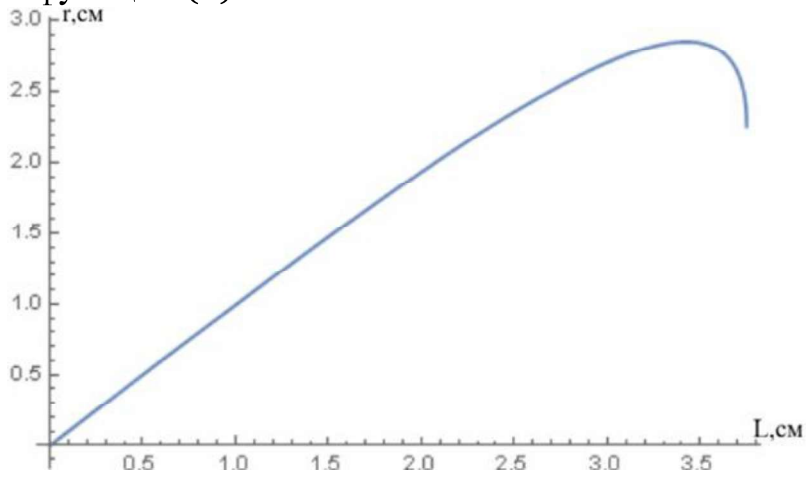
$$n\, sin\alpha = sin\beta$$

$$r = L - x\, tg(\beta - \alpha)$$

$$= L - R(1 - cos\alpha)tg(\beta - \alpha)$$

$$r(L) = L - R\left(1 - \cos\left(\arcsin\left(\frac{L}{R}\right)\right)\right) tg\left(\arcsin(\frac{nL}{R}) - \arcsin(\frac{L}{R})\right)$$

Можна спрощувати і далі, і виписати цей вираз суто в термінах коренів без тригонометрії, але це не спростить вираз суттєво. Радіусом освітленої частини буде максимальне значення функції $r(L)$*:*



Відповідне максимальне значення $r \approx 2.8562$ см досягається при $L \approx 3.4246$ см, тож площа неосвітленої зони $S = \pi R^2 - \pi r_{max}^2 \approx \mathbf{53см^2}$**.** Однак знайти цю правильну відповідь аналітично вкрай важко, ***і це не вимагалось від учасників олімпіади***.

На максимальний бал оцінювались будь-які адекватні спроби оцінити цю площу, підставляючи певні значення L, наприклад

L, см	r, см
2.5	2.36
3	2.708
3.5	2.847
3.75(максимальне)	2.257

Спроба оцінити її за «крайнім» променем на відстані $L = 3R/4 = 3{,}75$см від осі симетрії колби давала результат $S \approx \pi \cdot (5\text{см})^2 - \pi \cdot (2{,}257\text{см})^2 \approx 62{,}5\text{см}^2$**,** який відрізняється від правильного лише на приблизно 15%.

Рекомендовані критерії оцінювання 5.1 – 3 бали, 5.2 – 5 балів, 5.3 – 2 бали.