ДЕПАРТАМЕНТ ОСВІТИ І НАУКИ ДОНЕЦЬКОЇ ОБЛДЕРЖАДМІНІСТРАЦІЇ
КПНЗ «ДОНЕЦЬКА ОБЛАСНА МАЛА АКАДЕМІЯ НАУК УЧНІВСЬКОЇ МОЛОДІ»

Завдання І етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

11 клас

11-1. Чи може кут трикутника x задовільняти рівність $\cos(x/2) = \cos(x/3)$?

11-2. Чи існує таке натуральне число n, для якого обидва вирази $\frac{2n-5}{9}$ і $\frac{n-2}{15}$ є цілими?

11-3. На гіпотенузі BC прямокутного трикутника ABC відмітили точку L, відмінну від вершин B та C. Коло, що описане навколо трикутника ABL, перетинає вдруге пряму AC в точці M, а коло, описане навколо трикутника ACL, перетинає вдруге пряму AB в точці N. Доведіть, що точки L, M, N лежать на одній прямій.

11-4. В таблиці 10×10 розставлені цілі числа, причому довільні два числа в сусідніх клітинах відрізняються не більше, ніж на 5. Доведіть, що серед цих чисел є рівні. (Сусідніми вважаються клітинки, які мають спільну сторону).

11-5. Для додатних чисел a, b, c, що задовольняють умову $a+b+c \leq \frac{3}{2}$, знайти найменше значення виразу $S = a + b + c + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$